



**DEPARTEMENT
BILDUNG, KULTUR UND SPORT**
Abteilung Berufsbildung und Mittelschule
Sektion Mittelschule

MITTELSCHULEN AARGAU

AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM

Mathematik

Lösungen 2022

LÖSUNGEN AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM AARGAU 2022

Mathematik, 1. Serie

Allgemeine Korrekturhinweise für die Aufnahmeprüfung Mathematik

- Formfehler (bei richtiger Rechnung vergessene Klammerzeichen, unberechtigte Gleichheitszeichen, ...) geben keine Abzüge.
- Pro Seite wird **genau einmal** ein Fehler der folgenden Art ohne Abzug toleriert (sofern dadurch der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).
 - Abschreibfehler oder Übertragungsfehler, sofern keine Termumformungen darin enthalten sind.
 - Falsche Masse oder andere kleine Fehler bei Konstruktionen, die vergleichbar sind mit Abschreibfehlern.
 - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
 - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Die folgenden Fehler geben jeweils einen Abzug von 0.5 Punkten:
 - Rechnungsfehler, Vorzeichenfehler.
 - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
 - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Existieren zu einer Aufgabe mehrere Lösungsansätze und Ergebnisse, so werden für die entsprechenden Aufgaben keine Punkte verteilt.
- Eine richtige, durch Erraten erhaltene Lösung ergibt keine Punkte.
- Wird eine Aufgabe nach einem Rechen- oder Konstruktionsfehler korrekt fertig gelöst, so werden die dem Fehler nachfolgenden Lösungsschritte entsprechend dem Korrekturschema bewertet (sofern durch den Fehler der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).
- Kann bei einer Aufgabe ein Zwischenschritt nicht berechnet oder konstruiert werden oder wird dazu ein falscher Lösungsansatz oder eine falsche Gleichung verwendet, so ergeben die nachfolgenden, auf diesem Zwischenschritt aufbauenden Lösungsschritte keine Punkte.

Aufgabe 1:

a) $\frac{3x^2 - 12x + 12}{x^2 + x - 6} \cdot \frac{x + 3}{12x - 6x^2}$

Zähler 1. Bruch faktorisiert:	$3(x - 2)^2$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Nenner 1. Bruch faktorisiert:	$(x - 2)(x + 3)$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Nenner 2. Bruch faktorisiert:	$6x(2 - x)$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Alle Faktoren korrekt gekürzt:	$-\frac{1}{2x}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

b) $\frac{2a + 6}{a^2 - 9} + \frac{a - 5}{a - 3}$

Hauptnenner bestimmt:	$(a + 3)(a - 3)$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Brüche gleichnamig gemacht und addiert:	$\frac{2a + 6 + (a - 5)(a + 3)}{(a + 3)(a - 3)}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Zähler zusammengefasst:	$\frac{a^2 - 9}{(a + 3)(a - 3)}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Alle Faktoren korrekt gekürzt:	1	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Aufgabe 2:

$$\text{a) } \frac{x+1}{3x} - \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3x^2+3x} - \frac{2}{3}$$

$$\text{Mit HN multipliziert:} \quad (x+1)^2 - 3x^2 = 2 - 2(x^2+x) \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Ausmultipliziert:} \quad x^2 + 2x + 1 - 3x^2 = 2 - 2x^2 - 2x \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Zusammengefasst:} \quad 4x = 1 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Resultat} \quad x = 1/4 = 0.25 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

b) Vereinfache soweit wie möglich:

$$\frac{\frac{4u+15}{u+5} - 2}{4 + \frac{75}{u^2-25}}$$

$$\text{Zähler gleichnamig gemacht:} \quad \frac{4u+15-2(u+5)}{u+5} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Zähler zusammengefasst:} \quad \frac{2u+5}{u+5} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Nenner gleichnamig gemacht:} \quad \frac{4(u^2-25)+75}{u^2-25} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Nenner zusammengefasst:} \quad \frac{4u^2-25}{u^2-25} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Mit Kehrwert multipliziert:} \quad \frac{2u+5}{u+5} \cdot \frac{u^2-25}{4u^2-25} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Vollständig faktorisiert und gekürzt:} \quad \frac{2u+5}{u+5} \cdot \frac{(u+5)(u-5)}{(2u+5)(2u-5)} = \frac{(u-5)}{(2u-5)} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

Aufgabe 3:

In einer Klasse mit 11 Mädchen und 13 Jungen werden 2 Preise verlost. Dazu werden die Namen aller Schülerinnen und Schüler auf je einen Zettel geschrieben und diese in eine Urne gelegt. Dann zieht man zufällig zwei Zettel aus dieser Urne, wobei der erste gezogene Zettel nicht zurückgelegt wird. Gibt die Resultate in Prozent an und runde auf eine Stelle nach dem Komma.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug ein Mädchen zu ziehen?

$$P(\text{Mädchen}) = \frac{11}{24} \approx 45.8 \% \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

- b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei Mädchen nacheinander gezogen werden.

$$P(2 \text{ Mädchen}) = \frac{11}{24} \cdot \frac{10}{23} = \frac{55}{276} \approx 19.9 \% \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für den Bruch } \frac{10}{23} \text{ oder die Multiplikation und } 0.5 \text{ P für das Ergebnis}$$

Aufgabe 4:

- a) Bestimme die Gleichung der abgebildeten Geraden g .

$$y = 2x - 1 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für Steigung, } 0.5 \text{ P für } y\text{-Achsenabschnitt}$$

- b) Welche Steigung hat eine Senkrechte (Orthogonale) zur oben abgebildeten Geraden g ?

$$\text{Negativer Kehrwert von } 2 : -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P für Steigung}$$

- c) Bestimme die Steigung derjenigen Geraden, welche den y -Achsenabschnitt $y = -8$ hat und durch den Punkt $P(3|4)$ verläuft. Begründe deine Antwort.

Steigung	$m = 4$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
sinnvolle Begründung	siehe unten	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

- z.B. Rechnerische Begründung

Geradengleichung mit y -Achsenabschnitt	$\Rightarrow y = m \cdot x - 8$
Koordinaten von $P(3 4)$ einsetzen	$\Rightarrow 4 = 3m - 8$
nach m auflösen	$\Rightarrow m = 4$

- z.B. Begründung mit Steigungsdreieck

Vom y -Achsenabschnitt zum Punkt sind es drei Einheiten in positive x -Richtung und 12 Einheiten in positive y -Richtung $\Rightarrow m = \frac{12}{3} = 4$

- z.B. Zeichnen der Geraden und Erklärung mit Steigungsdreieck.

- d) Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der Geraden $i: y = \frac{2}{3}x - 2$ und $j: y = -4x + \frac{1}{3}$.

Gleichsetzen	$\frac{2}{3}x - 2 = -4x + \frac{1}{3}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Nach x auflösen	$2x - 6 = -12x + 1 \iff 14x = 7 \iff x = \frac{1}{2}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Einsetzen	$y = -4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$	
Schnittpunkt	$S\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{5}{3}\right) = S(0.5, -1.\bar{6}) \approx S(0.5, -1.7)$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Alle oben notierten Schreibweisen für S ergeben die volle Punktzahl.

Aufgabe 5:

- a) Die Verpackung einer Pralinschachtel wiegt 90 Gramm. Das entspricht 22.5 % des Gesamtgewichtes. Wie viele Gramm Pralinen befinden sich in der Schachtel?

Gesamtgewicht:	$90/0.225 = 400 \text{ g}$	$\Rightarrow 1 \text{ P}$
Anzahl Gramm Pralinen:	$400 \text{ g} - 90 \text{ g} = 310 \text{ g}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Andere Lösungswege, welche zum gleichen Resultat führen, ergeben ebenfalls die volle Punktzahl.

- b) Frau Müller bezahlte für ihr Sofa nach einem Aufschlag von 7 % Mehrwertsteuer und nach Gewährung von 3 % Skontos des Händlers CHF 7 784.25. Wie hoch ist der Nettopreis des Sofas, d.h. der Preis des Sofas vor dem Mehrwertsteueraufschlag?

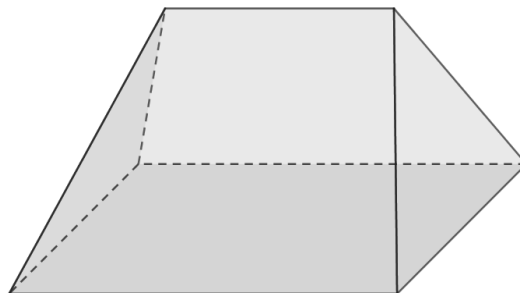
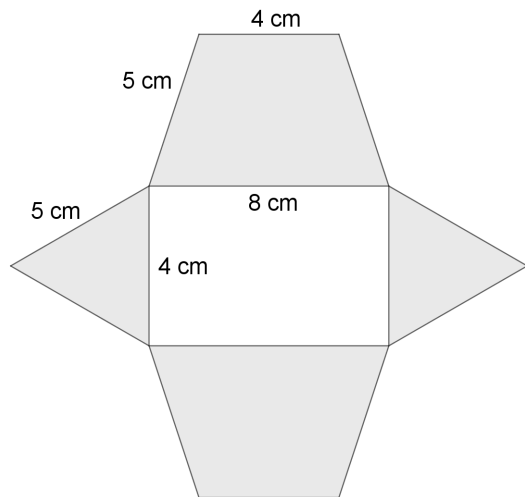
Preis ohne Skonto:	$7\,784.25/0.97 = 8\,025 \text{ CHF}$	$\Rightarrow 1 \text{ P}$
Nettopreis:	$8\,025/1.07 = 7\,500 \text{ CHF}$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Andere Lösungswege, welche zum gleichen Resultat führen, ergeben ebenfalls die volle Punktzahl.

Aufgabe 6:

In der Abbildung siehst du einen Bastelbogen für das Modell eines Daches. Rechts siehst du das gefaltete Modell. Es besteht aus je zwei gleichschenkligen Dreiecken, zwei gleichschenkligen Trapezen und einem Rechteck.

Runde die Endresultate auf eine Stelle nach dem Komma. Rechne jeweils mit ungerundeten Resultaten weiter.



- a) Bestimme in der linken Abbildung den Flächeninhalt der grau eingefärbten Dachfläche.

Höhe Dreieck	$h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} \approx 4.58$	0.5 P
Flächeninhalt Dreieck	$A_{\text{Dreieck}} = 0.5 \cdot 4 \cdot \sqrt{21} = 2\sqrt{21}$	0.5 P
Höhe Trapez	$h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} \approx 4.58$	0.5 P
Flächeninhalt Trapez	$A_{\text{Trapez}} = \frac{8+4}{2} \cdot \sqrt{21} = 6\sqrt{21}$	0.5 P
Flächeninhalt Graue Fläche	$A_{\text{Graue Fläche}} = 2 \cdot 2\sqrt{21} + 2 \cdot 6\sqrt{21} = 16\sqrt{21} \approx 73.3 \text{ cm}^2$	0.5 P

- b) Berechne die Höhe des Daches im gefalteten Modell.

$$\text{Höhe Dach} \quad h_{\text{Dach}} = \sqrt{(h_{\text{Dreieck}})^2 - 2^2} = \sqrt{\sqrt{21}^2 - 2^2} = \sqrt{17} \approx 4.1 \text{ cm}$$

Punkteverteilung:

- 0.5 P für $(h_{\text{Dreieck}})^2$
- 0.5 P für 2^2
- 0.5 P für Lösung

Andere Lösungswege, welche zum gleichen Resultat führen, ergeben ebenfalls die volle Punktzahl.

Allgemeine Hinweise

- Wird ein falsches Resultat in einer der folgenden Aufgaben im weiteren Verlauf der Aufgabe korrekt weiterverwendet, so gilt dies als Folgefehler. Es gibt keinen weiteren Punkteabzug.
- Weiterrechnen mit gerundeten Resultaten hat einmalig einen Abzug von 0.5 P zur Folge.