



**DEPARTEMENT
BILDUNG, KULTUR UND SPORT**
Abteilung Berufsbildung und Mittelschule
Sektion Mittelschule

MITTELSCHULEN AARGAU

AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM

Mathematik

Lösungen 2021

LÖSUNGEN AUFNAHMEPRÜFUNG GYMNASIUM AARGAU 2021

Mathematik, 1. Serie

Allgemeine Korrekturhinweise für die Aufnahmeprüfung Mathematik

- Formfehler (bei richtiger Rechnung vergessene Klammerzeichen, unberechtigte Gleichheitszeichen, ...) geben keine Abzüge.
- Pro Seite wird **genau einmal** ein Fehler der folgenden Art ohne Abzug toleriert (sofern dadurch der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).
 - Abschreibfehler oder Übertragungsfehler, sofern keine Termumformungen darin enthalten sind.
 - Falsche Masse oder andere kleine Fehler bei Konstruktionen, die vergleichbar sind mit Abschreibfehlern.
 - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
 - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Die folgenden Fehler geben jeweils einen Abzug von 0.5 Punkten:
 - Rechnungsfehler, Vorzeichenfehler.
 - Vergessene oder falsche Einheiten beim Schlussresultat.
 - Falsch oder von der Vorgabe abweichend gerundete Schlussresultate.
- Existieren zu einer Aufgabe mehrere Lösungsansätze und Ergebnisse, so werden für die entsprechenden Aufgaben keine Punkte verteilt.
- Eine richtige, durch Erraten erhaltene Lösung ergibt keine Punkte.
- Wird eine Aufgabe nach einem Rechen- oder Konstruktionsfehler korrekt fertig gelöst, so werden die dem Fehler nachfolgenden Lösungsschritte entsprechend dem Korrekturschema bewertet (sofern durch den Fehler der Lösungsweg nicht wesentlich vereinfacht wird).

Aufgabe 1:

a) $\frac{a-5}{a^2-4} \cdot \frac{a^2-4a+4}{a^2-7a+10}$

Nenner 1. Bruch faktorisiert: $(a+2)(a-2) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Zähler 2. Bruch faktorisiert: $(a-2)(a-2) \text{ oder } (a-2)^2 \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Nenner 2. Bruch faktorisiert: $(a-5)(a-2) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Korrektes Kürzen aller Faktoren: $\frac{1}{a+2} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

b) $\frac{6x}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}$

Hauptnenner bestimmt: $(x+1)(x-1) \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Brüche gleichnamig und erweitert: $\frac{6x-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Zähler zusammengefasst: $\frac{3x-3}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Korrektes Faktorisieren und Kürzen : $\frac{3}{x+1} \Rightarrow 0.5 \text{ P}$

Aufgabe 2:

$$\text{a) } \frac{x-1}{x-5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{x} + \frac{2x-2}{3x-15}$$

$$\text{Mit HN multipliziert: } 3x(x-1) - x(x-5) = 4 \cdot 3 \cdot (x-5) + (2x-2) \cdot x \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Ausmultiplizieren: } 3x^2 - 3x - x^2 + 5x = 12x - 60 + 2x^2 - 2x \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Zusammenfassen: } 8x = 60 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Resultat } x = 15/2 = 7.5 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{b) } \frac{x+11}{10} - 1 > 2x + \frac{35-13x}{24}$$

$$\text{Mit HN multipliziert: } 12(x+11) - 120 > 240x + 5(35-13x) \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Ausmultiplizieren, zusammenfassen und lösen: } -1 > x \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

$$\text{Die vier Zahlen lauten: } -2, -3, -4, -5 \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

- Werden die Zahlen $-1, -2, -3, -4$ genannt, gibt es noch 0.5 P.
- Bei falsch gelösten Ungleichungen aber folgerichtiger Lösungsmenge wird der Punkt für die Lösungsmenge trotzdem gegeben.

Aufgabe 3:

$$\frac{4x^2 - 4x}{x - \frac{2x^2}{1+x}}$$

Zähler faktorisiert: $4x(x - 1)$ $\Rightarrow 0.5$ P

Nenner gleichnamig: $\frac{x(1+x) - 2x^2}{1+x}$ $\Rightarrow 0.5$ P

Nenner zusammengefasst: $\frac{x - x^2}{1+x}$ $\Rightarrow 0.5$ P

Mit Kehrwert multipliziert: $4x(x - 1) \cdot \frac{1+x}{x - x^2}$ $\Rightarrow 0.5$ P

Vollständig faktorisiert: $4x(x - 1) \cdot \frac{1+x}{x(1-x)}$ $\Rightarrow 0.5$ P

Vollständig gekürzt: $-4(1+x)$ oder $-4 - 4x$ $\Rightarrow 0.5$ P

Aufgabe 4:

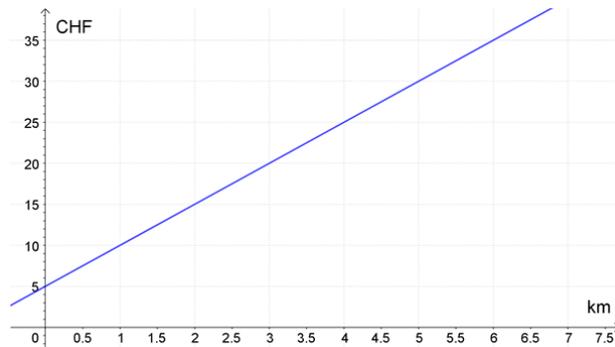
- a) Welche der unten abgebildeten Geraden stellt die Tarifbestimmung von **TaxiEins** korrekt dar? Kreuze an.

Korrektes Kreuz in der Mitte ⇒ 0.5 P

- b) Gib die Geradengleichung derjenigen Geraden an, welche der Anzahl gefahrener Kilometer x die Kosten y für die Taxifahrt mit **TaxiZwei** zuordnet und skizziere ihren Graphen im nachfolgenden Koordinatensystem.

Korrekte Grundgebühr (y -Achsenabschnitt)	$6.25 \cdot 0.8 = 5$	⇒ 0.5 P
Korrekte Kosten/Kilometer (Steigung)	$4 \cdot 1.25 = 5$	⇒ 0.5 P
(Oder: korrekte Geradengleichung)	$y = 5x + 5$	⇒ 1 P)
Korrekt eingezeichnete Gerade	siehe unten	⇒ 0.5 P

Wenn Steigung und y -Achsenabschnitt korrekt berechnet wurden, gibt es für die Geradengleichung nicht noch einmal einen zusätzlichen Punkt.



- c) Wie hoch ist die Grundgebühr bei **TaxiDrei**, wenn die beiden Unternehmen **TaxiEins** und **TaxiDrei** bei einer Fahrt über 16 km genau gleich teuer sind?

Preis mit TaxiEins für 16km	$6.25 + 4 \cdot 16 = 70.25$	⇒ 0.5 P
Grundgebühr von TaxiDrei	$3.5 \cdot 16 + b = 70.25 \iff b = 70.25 - 56 = 14.25 \text{ CHF}$	⇒ 0.5 P

Aufgabe 5:

Mit einer Fläche von $41\,285\text{ km}^2$ gehört die Schweiz zu den kleineren Staaten in Europa. Innert 24 Jahren haben die versiegelten Flächen durch Gebäude und Strassen in der Schweiz um 29% zugenommen. Gemäss jüngsten Zahlen sind 4.7% der Landesfläche versiegelt.

Runde die Endresultate auf eine Stelle nach dem Komma. Rechne jeweils mit ungerundeten Resultaten weiter.

a) Wie viele km^2 sind aktuell versiegelt?

$$41285 \cdot 0.047 \approx 1940.4 \text{ km}^2 \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

b) Wie viele km^2 waren vor 24 Jahren versiegelt?

$$1940.395 / 1.29 \approx 1504.2 \text{ km}^2 \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

c) Wie viele Prozente der Landesfläche waren vor 24 Jahren versiegelt?

$$1504.182 \dots / 41\,285 \approx 3.6\% \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

- Wird ein falsches Resultat in einer der folgenden Aufgaben korrekt weiterverwendet, so gilt dies als Folgefehler. Es gibt keinen weiteren Punkteabzug.
- Weiterrechnen mit gerundeten Resultaten hat einmalig einen Abzug von 0.5 P zur Folge.

Aufgabe 6:

Gegeben ist eine regelmässige Pyramide mit quadratischer Grundfläche ($s = 8 \text{ cm}$) und Höhe $h = 16 \text{ cm}$. Die beiden Kanten BS und CS werden durch die Punkte M_{BS} bzw. M_{CS} halbiert.

Runde die Endresultate auf eine Stelle nach dem Komma. Rechne jeweils mit ungerundeten Resultaten weiter.

a) Berechne das Volumen der Pyramide.

$$V = 8 \cdot 16 \cdot \frac{1}{3} = 341.\bar{3} \text{ cm}^3 \approx 341.3 \text{ cm}^3 \quad \Rightarrow 1 \text{ P}$$

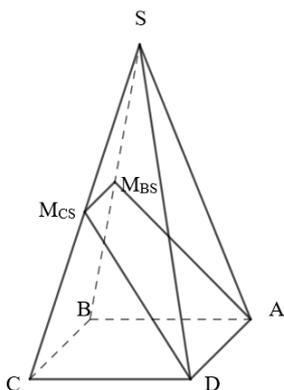
b) Berechne die Mantelfläche der Pyramide.

Dreieckshöhe:	$h = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{272} = 16.49 \dots$	$\Rightarrow 1 \text{ P}$
Dreiecksfläche:	$A_{\text{Dreieck}} = \frac{8 \cdot 16.49 \dots}{2} = 65.97 \dots$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$
Mantelfläche:	$M = 4 \cdot 65.97 \dots \approx 263.9 \text{ cm}^2$	$\Rightarrow 0.5 \text{ P}$

c) Das eingezeichnete Trapez $AM_{BS}M_{CS}D$ hat die Höhe 10 cm . Berechne seinen Flächeninhalt.

$$M_{BS}M_{CS} = 4 \text{ cm} \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$
$$A_{\text{Trapez}} = \frac{8 + 4}{2} \cdot 10 = 60 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow 0.5 \text{ P}$$

- Wird ein falsches Resultat in einer der folgenden Aufgaben korrekt weiterverwendet, so gilt dies als Folgefehler. Es gibt keinen weiteren Punkteabzug.
- Weiterrechnen mit gerundeten Resultaten hat einmalig einen Abzug von 0.5 P zur Folge.



Aufnahmeprüfung Gymnasium Aargau 2021
Notenskala Mathematik

Note 6.00 für Punkte, Skala linear

Punktzahl	Note	Note gerundet
0	1.00	1
0.5	1.12	1
1	1.24	1
1.5	1.37	1.5
2	1.49	1.5
2.5	1.61	1.5
3	1.73	1.5
3.5	1.85	2
4	1.98	2
4.5	2.10	2
5	2.22	2
5.5	2.34	2.5
6	2.46	2.5
6.5	2.59	2.5
7	2.71	2.5
7.5	2.83	3
8	2.95	3
8.5	3.07	3
9	3.20	3
9.5	3.32	3.5
10	3.44	3.5
10.5	3.56	3.5
11	3.68	3.5
11.5	3.80	4
12	3.93	4
12.5	4.05	4
13	4.17	4
13.5	4.29	4.5
14	4.41	4.5
14.5	4.54	4.5
15	4.66	4.5
15.5	4.78	5
16	4.90	5
16.5	5.02	5
17	5.15	5
17.5	5.27	5.5
18	5.39	5.5
18.5	5.51	5.5
19	5.63	5.5
19.5	5.76	6
20	5.88	6
20.5	6.00	6
21	6.12	6